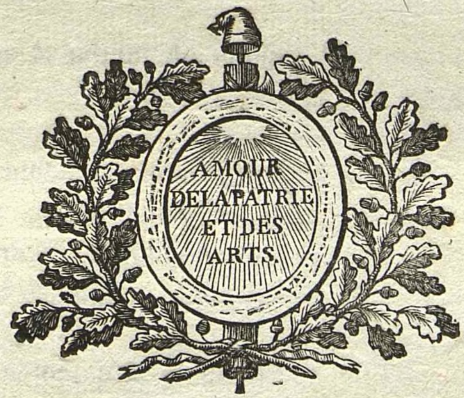
Ecole centrale

ESSAI
DE
MATHÉMATIQUES,
A L'ÉCOLE CENTRALE
DU DÉPARTEMENT DE LA DORDOGNE,

Le premier jour complémentaire de l'an VI de la République française, à 9 heures du matin, dans la salle Décadaire.



A PERIGUEUX,
Chez I. CANLER, Imprimeur du Département, restant à la ci-devant petite Mission.

ESSAI DE MATHÉMATIQUES,

A L'ÉCOLE CENTRALE

DU DÉPARTEMENT DE LA DORDOGNE.

ARITHMÈTIQUE.

PROBLÈMES.

I.

L'ARITHMÈTIQUE est la science des nombres. On exprime toutes sortes de nombres par la combinaison de dix chiffres. Partage des nombres en tranches de trois chiffres chacune. Les opérations fondamentales de l'arithmétique, sont l'addition, la soustraction, la multiplication et la division : chacune a des règles particulières.

Vérifier le résultat de chaque opération.

I I.

Un tout pris pour unité, peut se diviser en plusieurs parties. De là naissent les fractions. La valeur d'une fraction ne change pas, soit qu'on multiplie, soit qu'on divise ses deux termes par un même nombre. Ce principe sert à réduire plusieurs fractions au même dénominateur. Opérations sur les fractions.

Transformer un entier en fraction.

Réduire plusieurs fractions au même dénominateur.

III.

Fractions décimales. Elles rentrent dans la classe des fractions ordinaires. Règles à observer. Transformation et utilité des décimales. Autres espèces de fractions : opérations sur les unes et sur les autres.

PROBLÈMES.

Réduire une fraction en décimales.

ALGÉBRE.

I.

Avantages de l'Algèbre. Elle fait sur les lettres les mêmes opérations que l'arithmétique sur les chiffres ; elle a de plus la réduction. Les lettres employées dans le calcul algébrique, forment des expressions algébriques. On distingue dans ces expressions, les termes, les signes, les coéfficiens et les exposans, qui ont dans leurs combinaisons des règles particulières.

Trouver la somme, la différence, le produit et le quotient de deux quantités algébriques.

II.

Fractions algébriques sujettes aux mêmes opérations que les fractions numériques. Règles particulières à observer.

Trouver, par approximation, la valeur d'une fraction algébrique, dont le dénominateur est un binome.

III.

Puissances des quantités. Par la formation des puissances on connaît les signes qu'on doit donner aux puissances paires et impaires d'une quantité algébrique quelconque ; et les produits qui entrent dans la composition de ces puissances. Manière d'exprimer et de calculer toutes sortes de puissances par le moyen de leurs exposans. Calcul des radicaux, et des imaginaires.

Indiquer les différens produits qui entrent dans la composition des puissances, et particulièrement du carré et du cube.

Trouver les puissances successives d'une quantité imaginaire.

IV.

La formation même des puissances donne un moyen d'extraire les racines des quantités soit algébriques, soit numériques. Application au carré et au cube, d'après la connaissance des produits qui les composent : règle particulière pour les nombres. Un nombre ne peut avoir à son carré plus que le double de ses chiffres, ni plus que le triple à son cube. Conséquences qui en résultent.

PROBLÈMES.

Extraire la racine carrée ou cubique d'une quantité algébrique ou d'un nombre quelconque

V.

Comme les opérations qu'il faut faire pour obtenir la puissance ou la racine d'une quantité algébrique quelconque, sont d'autant plus compliquées, que le rang de cette puissance ou de cette racine est plus élevé, on emploie la formule générale de *Newton*, $(a \pm b)^m = a^m \pm m\, a^{m-1} b + \frac{m.\, m-1}{1.\, 2.} a^{m-2} b^2 \pm \frac{m.\, m-1\,.\, m-2}{1.\, 2.\, 3.} a^{m-3} b^3$ &c. par le moyen de laquelle on élève un polynome à une puissance quelconque, ou on en extrait la racine quelconque, exacte ou approchée.

Développer la démonstration de la formule du bynome, et en faire quelques applications.

VI.

Si l'on veut extraire par approximation la racine m de la quantité $(a^m \pm b)$, b étant très-petit en comparaison de a^m, on pourra, sans employer la formule précédente, qui ne donne quelquefois que des approximations lentes, avoir recours à celle-ci : $\sqrt[m]{a^m \pm b} = \frac{m-2}{m-1} a + \sqrt{\frac{a^2}{(m-1)^2} \pm \frac{2b}{(m^2-m)a^{m-2}}}$ qui donne à très-peu-près cette racine, et qui contient les formules par-

Développer les formules particulières de Halley.

ticulières de *Halley*, dont on peut faire le plus grand usage dans la pratique des mathématiques.

VII.

ÉQUATIONS.

Fondement de la résolution des problèmes mathématiques ; de là naissent les équations. Les opérations qu'il faut faire pour parvenir à la solution d'un problème, sont particulièrement la transposition, la multiplication, la division, la substitution et l'extraction des racines. Les équations que fournissent les conditions d'un problème sont plus ou moins composées ; il a donc fallu les partager en plusieurs classes ou degrés, qu'on distingue par l'exposant des quantités inconnues. On résout facilement toute équation du premier degré. Application à la résolution de quelques problèmes particuliers.

Résoudre généralement une équation du premier degré, et déterminer, lorsqu'on a autant d'équations que d'inconnues, les valeurs de chacune de ces inconnues.

VIII.

Toute équation du second degré peut être représentée par la formule $x^2 + px = q$. Sa solution donne deux racines généralement exprimées par $x = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{q + \frac{1}{4}p^2}$ qui peuvent être réelles ou imaginaires, suivant les cas ou les suppositions qui auront lieu.

Déterminer le cas où la solution d'un problème du second degré est impossible.

IX.

RAISONS ET PROPORTIONS.

On peut comparer deux quantités pour connaître leur différence ou leur quotient, d'où résulte le rapport ou raison qui est arithmétique ou géométrique. L'égalité de deux raisons forme une proportion arithmétique ou géométrique. De là les progressions de mêmes noms.

Indiquer de quelle manière se forment les raisons composées, doublées, triplées, &c.

X.

Dans toute proportion arithmétique, la somme des extrêmes est égale à celle des moyens, ou au double du moyen proportionnel, si la proportion est continue. Quatre grandeurs sont arithmétiquement proportionnelles toutes les fois que la somme des extrêmes est égale à la somme des moyens.

X I.

Une suite de termes entre lesquels il règne une même différence, forme une progression arithmétique; dans toute progression arithmétique la somme des termes qui sont également éloignés des extrêmes, est toujours constante et égale à la somme de ces mêmes extrêmes, ou au double du moyen, si le nombre des termes est impair : un terme quelconque est égal au premier plus ou moins, la différence prise autant de fois qu'il y a de termes avant lui. Nommant a le premier terme d'une progression arithmétique, k le dernier, s la somme des termes, et n leur nombre, on aura $s=(a+k)\frac{n}{2}$

X I I.

Dans toute proportion géométrique, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens ou au carré du moyen proportionnel, si la proportion est continue. Toute équation peut être changée en proportion. On peut, sans détruire une proportion géométrique, changer l'arrangement de ses termes autant de fois qu'il est possible, en conservant les mêmes moyens et les mêmes extrêmes, ou en faisant des deux moyens les deux extrêmes, et des deux extrêmes les deux moyens; multiplier ou diviser les quatre termes

PROBLÈMES.

Etant donnés trois termes d'une proportion arithmétique, trouver le quatrième.

Trouver un moyen proportionnel arithmétique, entre deux quantités données.

Insérer un nombre quelconque de moyens proportionnels, arithmétiques en deux grandeurs données.

Etant données trois de ces quatre choses, le nombre des termes d'une progression arithmétique, leur somme, le premier et le dernier, trouver la quatrième.

Etant donnés trois termes d'une proportion géométrique, trouver le quatrième.

Trouver un moyen proportionnel géométrique entre deux quantités données.

par les termes correspondans d'une autre proportion, et les élever à une puissance quelconque, ou en extraire la même racine; la théorie des proportions fournit la règle de *trois*, qui est simple, directe, inverse, composée, etc.

PROBLÈMES.

Appliquer la règle de trois à des exemples.

X I I I.

Une progression géométrique, est une suite de termes tels que la division de l'un par l'autre donne toujours le même quotient. Dans toute progression géométrique, le produit de deux termes également éloignés des extrêmes est égal à celui des extrêmes ou au carré du terme moyen, si le nombre des termes est impair. Deux termes quelconques, sont entr'eux comme le premier et le second, élevés à la puissance marquée par l'intervalle qui sépare ces deux termes. Un terme quelconque est égal au premier multiplié par le quotient, élevé à une puissance marquée par le nombre des termes précédens. Nommant a le premier terme d'une progression géométrique, k le dernier, q le quotient ou la raison, s la somme des termes, on aura $s = \frac{kq - a}{q - 1}$.

Insérer entre deux quantités données un nombre quelconque de moyens proportionnels géométriques.

Etant données trois de ces quatre choses, la somme des termes d'une progression géométrique, le premier et le dernier, et la raison, trouver la quatrième.

X I V.

L O G A R I T H M E S.

Invention des Logarithmes. Leur nature déduite des progressions géométriques; leur utilité. Idée des travaux de ceux qui ont construit des tables; tout système logarithmique dépend de la base qu'on choisit. Système des tables ordinaires. Quel-

Appliquer particulièrement l'usage des logarithmes à la détermination de quelques quantités dépendantes des progressions géométriques.

que base qu'on choisisse, on a généralement

$$L.\ 1. = o,\quad L.\ ab = L\,a + Lb.\ ;\ L.\frac{a}{b} = La - Lb;$$

$$L.\ a^m = m\,L\,a.\quad L.\sqrt{(a^3 - x^3)^m} = \frac{m}{n} L(a-x)$$

$$+ \frac{m}{n} L.(a^2 + ax + x^2).\ \&c$$

X V.

Équations des degrés supérieurs.

Toute équation transposée, peut être considérée comme le produit de plusieurs facteurs égaux ou inégaux. Elle est par conséquent du degré marqué par le nombre de ses facteurs. Le coefficient du second terme est égal à la somme de toutes les racines ; celui du troisième terme est égal à la somme des produits de ces racines prises deux à deux, celui du quatrième est égal à la somme des produits de ces mêmes racines prises trois à trois, etc. Ainsi de suite jusqu'au dernier terme qui est égal au produit de toutes les racines. D'où il suit, 1.° qu'une équation qui manque de second terme a des racines positives et des racines négatives, et que la somme des unes est égale à la somme des autres. 2.° Qu'une équation qui n'a pas de dernier terme, a au moins une racine égale à zéro.

X V I.

Une équation peut avoir un certain nombre de racines imaginaires, quoique tous ses coefficiens soient réels. L'existence d'un facteur imaginaire dans une équation, entraîne celle d'un facteur pareil, qui ne diffère du premier que par le signe radical imaginaire. Donc 1.° les racines imaginaires qui se trouvent dans une

PROBLÈMES.

Faire évanouir un terme quelconque d'une équation.

Indiquer une méthode pour trouver les racines commensurables d'une équation.

Déterminer le cas où une équation d'un degré pair doit avoir au moins deux racines réelles.

équation, y sont toujours en nombre pair. 2.° Toute équation d'un degré impair a au moins une racine réelle.

XVII.

Extraire la racine carrée ou cubique d'une quantité en partie rationelle, et en partie incommensurable.

L'extraction des racines des quantités $p+\sqrt{q}$ en partie rationelles et en partie incommensurables, peuvent être très-utiles dans la solution complète des équations. Il importe donc pour cette solution, que ces racines d'abord indiquées seulement, soient réduites, lorsque cela est possible, à des expressions plus simples, dans lesquelles il n'entre qu'une quantité rationnelle et un radical. Moyen d'y parvenir.

XVIII.

Développer les trois valeurs de x dans le cas irréductible.

On facilite la solution des équations en faisant évanouir le second terme. On résoudra toute équation du troisième degré, réduite à la forme $x^3+px+q=0$ en égalant x à deux nouvelles inconnues, et ses trois racines seront généralement exprimées par ces trois équations.

$$x=\sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}q+\sqrt{\tfrac{1}{4}q^2+\tfrac{1}{27}p^3}}+\sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}q-\sqrt{\tfrac{1}{4}q^2+\tfrac{1}{27}p^3}}$$

$$x=\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}q+\sqrt{\tfrac{1}{4}q^2+\tfrac{1}{27}p^3}}+\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}q-\sqrt{\tfrac{1}{4}q^2+\tfrac{1}{27}p^3}}$$

$$x=\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}q+\sqrt{\tfrac{1}{2}q^2+\tfrac{1}{27}p^3}}+\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)\sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}q^2-\sqrt{\tfrac{1}{4}q^2+\tfrac{1}{27}p^3}}$$

Appliquer les formules à des cas particuliers.

dont les deux dernières peuvent être imaginaires, et qui peuvent toutes les trois être réelles, quoiqu'elles se présentent, dans ce cas, sous des formes imaginaires.

XIX.

On résout toute équation du quatrième degré réduite à la forme $x^4+px^2+qx+r=0$ en la considérant comme le produit de deux équations du second degré, dans lesquelles entrent trois nouvelles indéterminées, et ses quatre racines seront généralement exprimées par

$$x=\tfrac{1}{2}z+\sqrt{-\tfrac{1}{4}z^2-\tfrac{1}{2}p-\tfrac{q}{2z}}$$

$$x=\tfrac{1}{2}z-\sqrt{-\tfrac{1}{4}z^2-\tfrac{1}{2}p-\tfrac{q}{2z}}$$

$$x=-\tfrac{1}{2}z+\sqrt{-\tfrac{1}{4}z^2-\tfrac{1}{2}p+\tfrac{q}{2z}}$$

$$x=-\tfrac{1}{2}z-\sqrt{-\tfrac{1}{4}z^2-\tfrac{1}{2}p+\tfrac{q}{2z}}$$

z étant donné par une équation du sixième degré qui n'a d'autres difficultés que celles du troisième.

PROBLÈMES.

Déterminer les cas où les quatre racines sont réelles ou toutes quatre imaginaires, ou deux réelles et deux imaginaires. D'après l'équation qui donne z.

RÉPONDRONT :

LES CITOYENS

FRANÇOIS PRÉVOT-LEYGONIE, *de Montagnac-Lacrempse*,
PIERRE DUBOIS, *de Périgueux.*
ANTOINE PEYSSARD, *de Périgueux.*
LEONARD DALESME, *de Bassillac.*
Elèves de Mathématiques.

TAMARELLE-LAGRAVE, *Professeur.*

Vidal Boisse